METODY MATEMATYCZNE AUTOMATYKI I ROBOTYKI – ćwiczenie 5

Sterowanie minimalnoczasowe obiektami o transmitancjach k/s^2 i $k/\big(s(Ts+1)\big)$

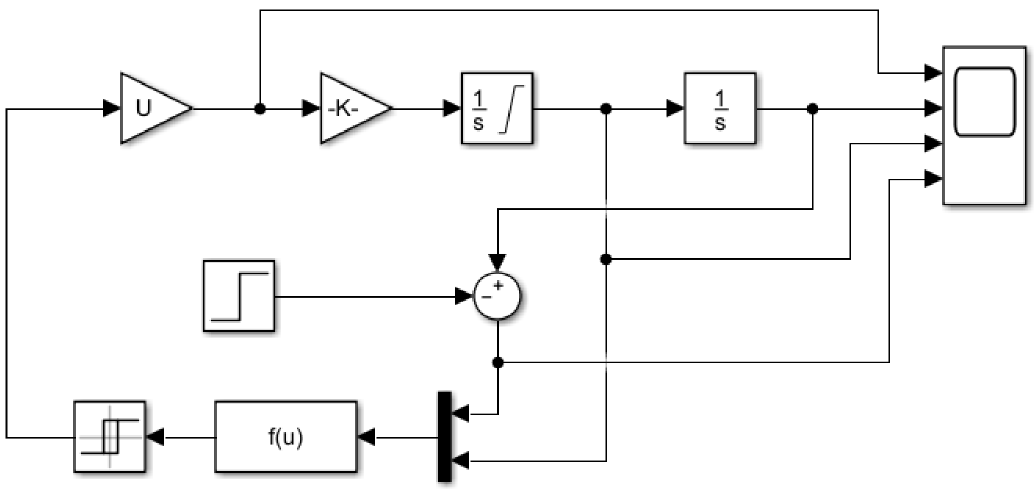
1. Rozważ dwupołożeniową regulację obiektu o transmitancji $G_a(s) = k/s^2$ sygnałem sterującym o wartościach $\pm U$, $U = \text{const}$. Na podstawie równania trajektorii w przestrzeni stanu, wyprowadzonej w pkt. 8 ćw. 3, przygotuj projekt regulatora minimalnoczasowego:
   a) Wyznacz równanie krzywej przełączeń w postaci $x_1 = f(x_2)$.
   b) Na podstawie równania krzywej przełączeń, wyznacz funkcję $u = f_u(x_1, x_2)$ określającą wartość sygnału sterowania zapewniającego regulację minimalnoczasową.
   c) Opanuj umiejętność odręcznego szkicowania trajektorii w przestrzeni stanu dla procesu regulacji minimalnoczasowej, wychodząc z dowolnego stanu początkowego. W różny sposób oznaczaj odcinki trajektorii opowiadające dwóm znakom sterowania (inny wzór linii, kolor itp.).

2. Powtórz zadania z pkt. 1 dla modeli obiektów o transmitancji
   a) $G_a(s) = k/s^2$, jak poprzednio, ale z ograniczeniem $|x_2| \le x_2^{\text{lim}} = \text{const}$,
   b) $G_b(s) = k/\big(s(Ts+1)\big)$.

   Wskaż podobieństwa i różnice w projektowaniu sterowania minimalnoczasowego charakterystyczne dla trzech rozważanych modeli obiektów.

3. Niech *czas regulacji* $t_r(d)$ odpowiadający przemieszczeniu d będzie zdefiniowany jako czas przejścia obiektu ze stanu $(-d, 0)$ do stanu $(0,0)$. Wyprowadź analityczną formułę na $t_r(d)$ dla sterowania minimalnoczasowego obiektem o transmitancji $G_a(s)$. Uwzględnij ograniczenie$|x_2| \le x_2^{\text{lim}} = \text{const}$.

4. Zbuduj i skonfiguruj przedstawiony na rys. 5.1 model symulacyjny układu sterowania minimalnoczasowego obiektem o transmitancji $G_a(s)$.



Rys. 5.1. Model układu sterowania minimalnoczasowego dla obiektu podwójnie całkującego

Z wykorzystaniem modelu oraz skryptu `Skrypt51.m` przeprowadź eksperymenty:

a) Zaobserwuj przebiegi sygnałów i trajektorię fazową dla skoku położenia zadanego o wartości 0.5 (`step1 = 0.5`, `step2 = 0.5`).

b) Dodaj ograniczenie wartości zmiennej stanu x_2 w modelu obiektu (`x2lim = 0.5`), ponownie przeanalizuj wynik symulacji: (i) czy rezultat jest inny niż w poprzednim przypadku?, (ii) czy i w jaki sposób zmienił się czas regulacji?, (iii) czy zastosowany algorytm sterowania nadal można uznać za minimalnoczasowy po takiej zmianie parametrów obiektu?

c) Sprawdź poprawność wyznaczonej formuły reprezentującej $t_r(d)$ porównując zgodność obliczonego czasu regulacji z wynikami symulacji, uwzględnij przypadki, w których nie wystąpiło oraz wystąpiło ograniczenie wartości zmiennej stanu x_2.

d) Zaobserwuj zmianę w działaniu układu regulacji po zastosowaniu przekaźnika z histerezą (`hs = 0.001`). Jaka jest praktyczna przydatność takiego rozwiązania?

e) Przeanalizuj przebiegi i trajektorie fazowe uzyskane w przypadku, gdy na wejście układu regulacji zostaną podane dwa następujące po sobie skoki wartości zadanej: (i) `step1 = 0.2`, `step2 = 0.1`, (ii) `step1 = 0.2`, `step2 = 0.3`,

f) Sprawdź symulacyjnie działanie układu w przypadku, gdy wartość parametru modelu zostanie wyznaczona niedokładnie, np.: (i) `kreal = 0.9*k`, (ii) `kreal = 1.2*k`.

5. Zmodyfikuj model z rys. 5.1 i `Skrypt51.m` tak, aby uzyskać możliwość symulacji sterowania minimalnoczasowego obiektem o transmitancji $G_b(s)$. W szczególności, zmień bloki reprezentujące transmitancję obiektu oraz dostosuj do niej funkcję opisującą krzywą przełączeń w bloku `Fcn`. Wykonaj eksperymenty symulacyjne:

   a) Dla zmodyfikowanego modelu powtórz eksperymenty z pkt. 4 a), d), e), f).

   b) Potwierdź, że uzyskiwane wartości czasów regulacji są zgodne z formułą

$$t_r(d) = T \ln\left[2\left(\alpha_d + \sqrt{\alpha_d(\alpha_d - 1)}\right) - 1\right], \text{ gdzie } \alpha_d = \exp\left(\frac{d}{TUk}\right).$$

6. Udowodnij, że dla czasów regulacji otrzymuje się

$$t_r(d) > t_r^*(d) \qquad \text{i} \qquad \lim_{d\to\infty} \frac{t_r(d)}{t_r^*(d)} = 1, \tag{1}$$

gdzie $t_r^*(d) = d/x_2^{\lim}$, w przypadku transmitancji $G_a(s)$ z ograniczeniem $|x_2| \le x_2^{\lim}$, oraz $t_r^*(d) = d/(Uk)$, w przypadku transmitancji $G_b(s)$. Wyjaśnij:

   a) Czy zależności (1) można wyprowadzić bez korzystania z bezpośrednich formuł reprezentujących $t_r(d)$, o których mowa w pkt. 3 i 5b)? Jeśli tak, w jaki sposób?

   b) Co w praktyce oznaczają podane zależności i do czego mogą być przydatne?