

STEROWANIE PROCESAMI CIĄGLYMI - Ćwiczenia

Ćwiczenie 5: Sterowalność i obserwowalność

(a) Dane układu zapisane w MATLAB-ie są następujące:

$$A = [-6 \ 1 \ 0; -11 \ 0 \ 1; -6 \ 0 \ 0]; \quad B = [0; 1; 3]; \quad C = [1 \ 0 \ 0]; \quad D = 0;$$

- Zbadaj sterowalność za pomocą funkcji `ctrb` i `rank`.
- Zbadaj sterowalność wykorzystując funkcję `ctrbf`. Wyznacz macierz transformacji T_s , pozwalającą wyodrębnić podsystem sterowalny i niesterowalny oraz macierze A_b, B_b, C_b , będące, odpowiednio, macierzą stanu, sterowania i wyjścia po transformacji. Sprawdź, że zachodzi równość $T_s^{-1} = T_s^T$. Jaki jest rząd podsystemu sterowalnego? Wyznacz transmitancję tego podsystemu stosując funkcję `ss2tf` do odpowiednich podmacierzy macierzy A_b, B_b, C_b .
- Wyznacz transmitancję układu wyjściowego. Zastosuj funkcję `minreal`. Porównaj wynik z otrzymanym w poprzednim punkcie. Co było powodem niesterowalności? Czy układ wyjściowy jest obserwowalny?
- Zapisz układ wyjściowy w kanonicznej formie regulatorowej i powtórz poprzednie punkty w odniesieniu do obserwowalności, wykorzystując funkcje `obsv` i `obsvf`.

(b) Dane układu zapisane w MATLAB-ie są następujące:

$$A = \text{diag}([-1 \ -2 \ -3]); \quad B = [1; 1; 1];$$

Czy układ jest sterowalny? Zapisz wielomian charakterystyczny macierzy stanu i na tej podstawie przedstaw macierze A_r, B_r kanonicznej formy regulatorowej. Czy para (A_r, B_r) jest sterowalna? Czy obie odpowiedzi odnośnie do sterowalności można tu podać bez obliczeń?

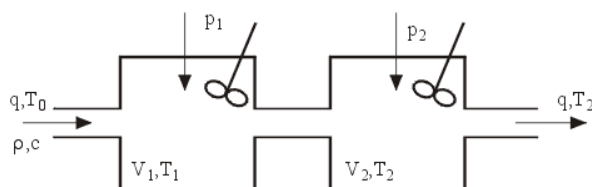
Przyjmując, że

$$dx/dt = Ax + Bu, \quad dx_r/dt = A_r x_r + B_r u, \quad x_r = Tx$$

wyznacz macierz transformacji T na podstawie macierzy sterowalności Q_s dla pary (A, B) i Q_{sr} dla pary (A_r, B_r) , ze wzoru $T = Q_{sr} Q_s^{-1}$. Sprawdź poprawność wyniku porównując macierz A z macierzą $T^{-1} A_r T$ oraz macierz B z $T^{-1} B_r$.

Macierz A jest diagonalna o jednokrotnych wartościach własnych. Wyznacz macierz modalną M macierzy A_r . Pamiętaj o równości $A_r = M D M^{-1}$, utwórz nową macierz M_1 z wektorów własnych macierzy A_r uporządkowanych w kolejności odpowiadającej kolejności występowania wartości własnych na przekątnej macierzy A . Czy zachodzą obie równości $M_1^{-1} A_r M_1 = A$, $M_1^{-1} B_r = B$? Co jest tego powodem?

(c) Na rysunku przedstawiono schemat podgrzewacza dwustopniowego.



Przyjęto następujące oznaczenia:

q [m^3/s] – natężenie przepływu medium,

V_1, V_2 [m³] – pojemność komór grzewczych,
 c [J/(kg K)] – ciepło właściwe medium,
 ρ [kg/m³] – gęstość medium,
 p_1, p_2 [W] – moc cieplna dostarczana z zewnątrz,
 T_0, T_1, T_2 [K] – temperatura.

Zakładając, że układ jest doskonale izolowany cieplnie, można zapisać następujące równania

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{q}{V_1} (T_0 - T_1) + \frac{1}{V_1 \rho c} p_1$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{q}{V_2} (T_1 - T_2) + \frac{1}{V_2 \rho c} p_2$$

Dokonaj linearyzacji wokół punktu nominalnego i zapisz model w formie

$$dx/dt = Ax + Bu + \Gamma z$$

gdzie $[u_1, u_2]^T = [\Delta p_1, \Delta p_2]$ – sterowanie, $z = [\Delta q, \Delta T_0]$ – zakłócenie.

Do obliczeń przyjmij $V_1 = V_2 = 1$, $q = 0,01$, $\rho = 10^3$, $c = 4200$, $p_1 = p_2 = 10^6$, $T_0 = 293$.

Zbadaj sterowalność układu względem (i) sterowania u_1 , (ii) sterowania u_2 .

Zbadaj obserwowalność układu względem (i) temperatury T_1 , (ii) temperatury T_2 . Zinterpretuj otrzymane wyniki.

- (d) Zlinearyzowany model mieszalnika, badany w poprzednich ćwiczeniach, jest opisany za pomocą następujących macierzy A, B, C, D

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2T} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1 - \bar{c}} & \frac{1}{c_2 - \bar{c}} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2T} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Podaj warunek konieczny i wystarczający sterowalności i obserwowalności tego modelu.