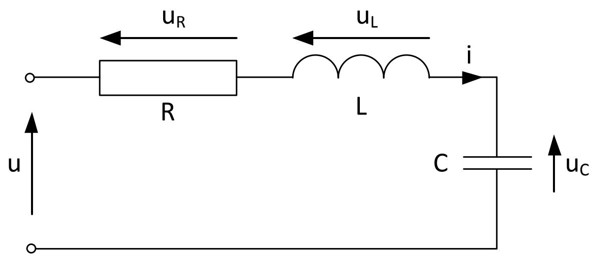
STEROWANIE PROCESAMI CIĄGŁYMI - Laboratorium

Ćwiczenie 1: Modelowanie liniowych układów dynamicznych, reprezentacja w przestrzeni stanu

Dany jest obwód szeregowy RLC (Rys. 1.1).



Rys. 1.1. Obwód szeregowy RLC

Przyjmij, że sterowaniem jest napięcie wejściowe u, natomiast wyjściem jest napięcie na cewce u_L. Jako zmienne stanu przyjmij prąd obwodu oraz napięcie na kondensatorze:

$$x_1 = i,\ x_2 = u_C,\ x = [x_1 \ \ x_2]^T = [i \ \ u_C]^T. \tag{1.1}$$

Równania obwodu mają postać:

$$\left.\begin{aligned} L\dot{x}_1 + Rx_1 + x_2 &= u \\ C\dot{x}_2 &= x_1 \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

skąd po przekształceniach uzyskujemy równania stanu:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{R}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

Wektor wyjścia i równanie wyjścia:

$$y = [y_1] = [u_L],\ y_1 = -Rx_1 - x_2 + u. \tag{1.4}$$

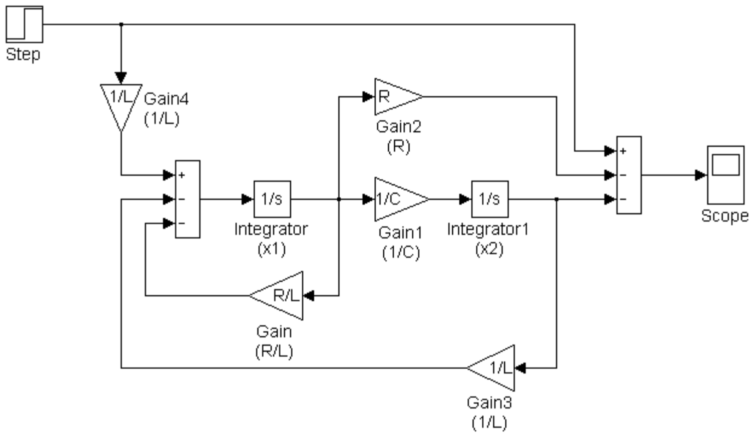
Z równań (1.3) i (1.4) wynika postać macierzy opisujących reprezentację układu w przestrzeni stanu:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix},\ C = [-R \ \ -1],\ D = [1]. \tag{1.5}$$

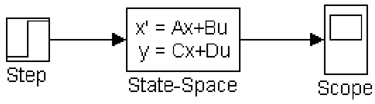
(a) Model oparty na integratorach

Bazując na równaniach stanu (1.3) i (1.4) zbuduj w SIMULINK-u model układu oparty na integratorach (Rys. 1.2). Wskaż, które linie sygnałowe w modelu reprezentują wartości: u, y, x_1, x_2. Dokonaj symulacji modelu przyjmując następujące parametry:

(i) parametry obwodu RLC: R = 10Ω, L = 1H, C = 10mF,
(ii) sygnał wejściowy: skok jednostkowy napięcia 0 → 1V w chwili t = 0s,
(iii) warunki początkowe: zerowe,
(iv) czas obserwacji: 2s.



Rys. 1.2. Model wykorzystujący integratory



Rys. 1.3. Model wykorzystujący blok *State-Space*

(b) Model oparty na reprezentacji w przestrzeni stanu

Powtórz symulację układu w oparciu o reprezentację w przestrzeni stanu (Rys. 1.3). Wykorzystaj macierze A, B, C, D zdefiniowane relacjami (1.5). Zastosuj parametry symulacji identyczne jak w punkcie (a). Czy uzyskałeś identyczny rezultat?, dlaczego?

(c) Modyfikacja wektora wyjścia

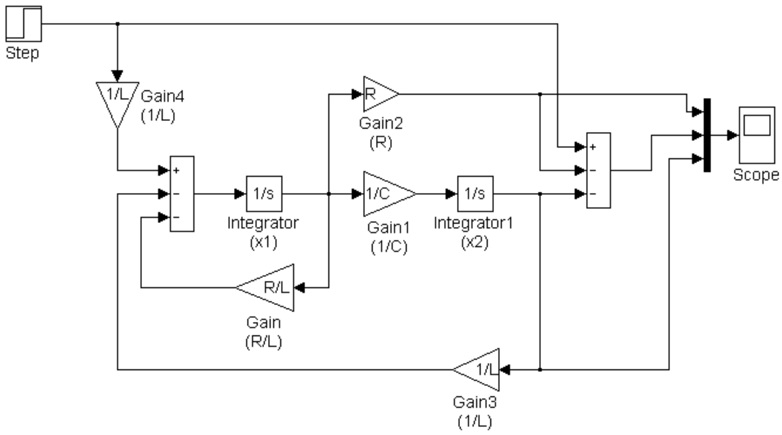
Zmodyfikuj wektor wyjścia tak, aby zawierał napięcia na wszystkich elementach obwodu:

$$y = [y_1 \quad y_2 \quad y_3]^T, \; y_1 = u_R, \; y_2 = u_L, \; y_3 = u_C . \tag{1.6}$$

Podaj równania wyjścia dla sygnałów y_1, y_2, y_3. Zdefiniuj nowe macierze C1, D1 odpowiadające zmodyfikowanemu wektorowi wyjścia.

Zauważ, że zmodyfikowaną reprezentację układu można zamodelować za pomocą schematu przedstawionego na rysunku 1.4. Dokonaj symulacji tego modelu. Parametry symulacji identyczne jak w punkcie (a). Czy uzyskany wykres (zgrubna weryfikacja graficzna) potwierdza II prawo Kirchhoffa dla rozważanego obwodu: $u = u_R + u_L + u_C$?

Dokonaj symulacji zmodyfikowanego układu wykorzystując reprezentację w przestrzeni stanu (Rys. 1.3), użyj macierzy A, B, C1, D1. Czy wynik jest zgodny z oczekiwaniami?



Rys. 1.4. Model wykorzystujący integratory z trójelementowym wektorem wyjścia

(d) Warunki początkowe

W jaki sposób definiuje się warunki początkowe symulacji układu dynamicznego w przypadku reprezentacji z integratorami oraz w przypadku użycia bloku *State-Space*?

Powtórz symulację modelu z rysunku 1.4 z warunkiem początkowym: $i_0 = 0A$, $u_{C0} = 3V$.

Powtórz symulację modelu z rysunku 1.3 z warunkiem początkowym: $i_0 = 0.08A$, $u_{C0} = 0.5V$.